Temario del examen de admisión en Maestría en Ciencias con orientación en Robótica

El exámen para la admisión a la Maestría en Ciencias con orientación en Robótica (MCR) consiste en dos partes:

- un **examen de programación**, en el cual se busca evaluar los conocimientos del candidato sobre los fundamentos de la programación como estructura de datos, lógica de programación básica, recursividad, ordenamiento y búsqueda.
- un **examen de fundamentos físico-matemáticos**, cuya finalidad es evaluar los conocimientos del candidato en álgebra lineal, cálculo, lógica y teoría de conjuntos. Además de evaluar fundamentos sobre algunos aspectos de geometría analitíca y modelado básico.

Cada examen tendrá una duración de 2 hrs. Más adelante, detallamos el temario de los exámenes, con una serie de referencias bibliográficas relevantes en cada tema. Algunas de estas referencias contienen enlaces URL de las cuales se puede descargar el libro, cuando ese libro está libre de derechos.

En caso de no contar con un comprobante de inglés válido, el aspirante deberá además presentar, sin cargo adicional, una evaluación de su comprención del idioma ingles. Este modulo de inglés se llevará a cabo al finalizar los otros dos examenes de admisión y tendrá una duración de 1 hora.

Examen de programación

Los candidatos podrán usar el lenguaje de su elección disponible en la plataforma OmegaUp, para resolver los problemas establecidos el día del examen. Queremos resaltar que en el examen de programación, el énfasis no es tanto en la sintaxis del lenguaje utilizado, sino más bien en la **estructura y la lógica interna del algoritmo empleado para resolver el problema**.

Temas de programación

- Lógica de programación.
- Diagramas de flujo.

- Tipos de datos y variables (enteros, reales, etc.).
- Operadores aritméticos (suma, resta, multiplicación, división) y lógicos (and, or, etc.).
- Instrucciones de control (condicional if, ciclos, do, while, for, etc.).
- Funciones y subrutinas.
- Manejo de arreglos vectoriales y matrices.
- Algoritmos de ordenamiento y búsqueda.
- Recursividad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS SUGERIDAS:

[1] Thomas H. Cormen, Clifford Stein, Ronald L. Rivest, and Charles E. Leiserson. *Introduction to Algorithms*. McGraw-Hill Higher Education, 2nd edition, 2001.

[2] Bruce Eckel. *Thinking in C++*. Prentice Hall, 2nd edition, 2000. http://mindview.net/Books/TICPP/ThinkingInCPP2e.html.

[3] Stephen Kochan. *Programming in C*. Developer's Library. Addison-Wesley, 4th edition, 2014.

[4] Robert Sedgewick and Kevin Wayne. *Algorithms*. Addison-Wesley, 4th edition, 2011.

[5] John Zelle. *Python Programming: An Introduction to Computer Science*. Franklin, Beedle and Associates Inc., 2nd edition, 2010.

¿CÓMO USAR OMEGAUP?

- https://youtu.be/NgaYc9eYBbo

EJEMPLOS DE PROGRAMACIÓN EN OMEGAUP:

- https://omegaup.com/arena/problem/bce
- https://omegaup.com/arena/problem/vrl
- https://omegaup.com/arena/problem/lapizlazuli
- https://omegaup.com/arena/problem/abm

- https://omegaup.com/arena/problem/grupos
- https://omegaup.com/arena/problem/camino-subterraneo-shamash
- https://omegaup.com/arena/problem/burro
- https://omegaup.com/arena/problem/La-Medida-del-Tiempo
- https://omegaup.com/arena/problem/Primos-gemelos
- https://omegaup.com/arena/problem/rama

Los ejercicios anteriores tienen el objetivo de que el estudiante se familiarice con la plataforma Omega up y lo ayuden a estudiar los temas de programación. El examen de admisión no está limitado a ejercicios de este tipo y podría contener otros temas de los enlistados en el temario.

Examen de fundamentos de física y matemáticas

Temas de Fundamentos de Física

- Vectores y operaciones geométricas vectoriales.
- Puntos en el plano; coordenadas rectangulares.
- Ecuación de una recta; intersecciones de rectas; ángulos; recta tangente.
- Norma, producto escalar y producto cruz.
- Ecuación de un círculo.
- Modelado básico: péndulo; sistema masa-resorte-amortiguador; circuito eléctrico básico (resistencia, capacitor, inductor).
- Trigonometría.

Referencias bibliográficas sugeridas:

[1] Jim Hefferon. *Linear Algebra*. -, 1996. http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra/.

[2] Ogata Katsuhiko. *Ingeniería de control moderna*. Pearson, España, 5ª edition, 2010. ch. 3.

[3] Joseph Kindle. *Teoria y problemas de Geometria Analitica Plana y del Espacio*. Serie de compendios Schaum. Mc Graw-Hill, 1970. http://adria.inaoep.mx/%7Ediplomados/biblio/analitica/GAKindle.pdf.

[4] Charles Lehman. *Geometría Analítica.* Limusa, 1989. https://archive.org/details/GeometriaAnalitica.

Temas de Algebra Lineal

- Vectores y matrices; adición de matrices; multiplicación escalar; multiplicación de matrices; transpuesta de una matriz.
- Ecuaciones lineales; sistemas de ecuaciones lineales; sistemas en forma triangular; eliminación Gaussiana; determinantes; sistemas homogéneos de ecuaciones lineales.
- Espacios vectoriales; combinaciones lineales; espacio generado; subespacios.
- Independencia lineal; base y dimensión; rango de una matriz.
- Coordenadas en espacios vectoriales; cambio de base.
- Producto interior; ortogonalidad.

Referencias bibliográficas sugeridas:

[1] Stanley Grossman. *Algebra lineal.* Mc Graw-Hill, 7th edition, 2012.

[2] Seymour Lipschutz and Marc Lipson. *Beginning linear algebra.* Schaum's Outline Series. Mc Graw-Hill, 5th edition, 2012.

Temas de Cálculo

- Plano numérico; coordenadas y gráficas de ecuaciones; funciones algebraicas, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas.
- Límites y continuidad; interpretación geométrica.
- Derivadas; regla de la cadena; derivadas de funciones trigonométricas; derivadas de funciones compuestas; derivadas de orden superior; máximos y mínimos; concavidad y punto de inflexión; funciones crecientes y decrecientes; gráficas de funciones.
- Inversa de una función y su derivada.
- Integral definida; interpretación geométrica; Teorema fundamental del cálculo; integración por partes.

Referencias bibliográficas sugeridas:

[1] Jerome Keisler. *Elementary calculus, an infinitesimal approach.* Dover Publications, 2nd edition, 2000. https://www.math.wisc.edu/~keisler/calc.html.

[2] Morris Kline. *Calculus: An Intuitive and Physical Approach.* Dover Books on Mathematics. Dover Publications, 2nd edition, 1998.

[3] Jerrold Marsden and Alan Weinstein. *Calculus I.* Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, 2nd edition, 1985. http://authors.library.caltech.edu/25030/1/Calc1w.pdf.

[4] Elliott Mendelson. *Beginning Calculus.* Schaum's Outline Series. Mc Graw-Hill, 6th edition, 2012.

[5] Gilbert Strang. *Calculus.* Wellesley-Cambridge Press, 1991. http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/.

[6] George B. Thomas. *Cálculo de un variable.* Pearson, 12th edition, 2010.

Otros Temas

- Lógica.
- Teoría de conjuntos.

Referencias bibliográficas sugeridas:

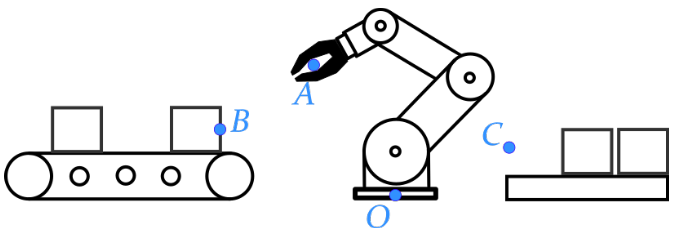
[1] Seymour Lipschutz and Marc Lipson. *Matemáticas Discretas.* Serie de compendios Schaum. Mc Graw - Hill, 3rd edition, 2009.

Ejemplo de Preguntas de Examen

Nota: A continuación se presentan algunos ejemplos de problemas. Se incluyen estos problemas con el objetivo de que el alumno repase parte de los temas, sin embargo, el examen no está limitado a este tipo de problemas, ni abarca todos los temas que se evaluarán.

1. Física

1. Considere el siguiente brazo manipulador, el cual tiene que tomar cajas de la banda transportadora y apilarlas en el pallete para su posterior transporte.



En este instante se cuentan con los siguientes datos:

- La posición actual del efector final del robot $\overrightarrow{OA} = \mathbf{i} + 2\mathbf{k}$.
- La posición del efector final necesaria para tomar la caja de la banda transportadora $\overrightarrow{OB} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$.
- La distancia del punto en el que se debe colocar el efector final para depositar la siguiente caja en el pallet, medida desde donde se encuentra en este instante el efector final $\overrightarrow{AC} = 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$.

Asumiendo que el robot tiene movimiento libre de colisiones y el efector final se puede mover de manera lineal hacia cada uno de los puntos, encuentre lo siguiente (pista, utilice operaciones de vectores):

a) El vector $\overrightarrow{AB}$ que describe la distancia que debe recorrer el robot para tomar la caja, desde donde se encuentra el efector final del robot al punto B.

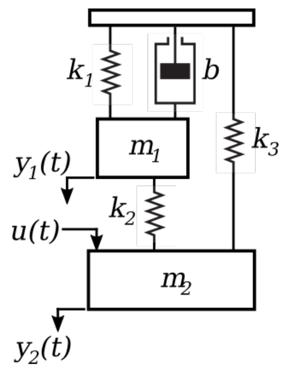
b) El vector que representa la distancia que debe recorrer el paquete, desde que el robot lo toma hasta que lo deposita.

c) La posición del punto que debe de tener el efector final para depositar el paquete medido desde el origen, $\overrightarrow{OC}$.

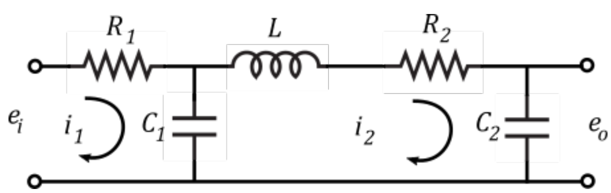
d) ¿Qué distancia es la más grande? ¿$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ o $\overrightarrow{AC}$? compruebe.

2. Encuentre las ecuaciones diferenciales que describen a los siguientes sistemas.

a) Sistema con múltiples masas.



b) Sistema eléctrico.



3. Una rueda de la fortuna de 14.0 m de radio gira sobre un eje horizontal en el centro. La rapidez lineal de un pasajero en el borde es constante e igual a 7.0 m/s. Encuentre la magnitud y dirección de la aceleración del pasajero al pasar por el punto más alto y el más bajo de la trayectoria circular descrita ¿Cuánto tarda una revolución de la rueda?

4. Considere un brazo robótico planar de dos eslabones como el de la Figura 1.

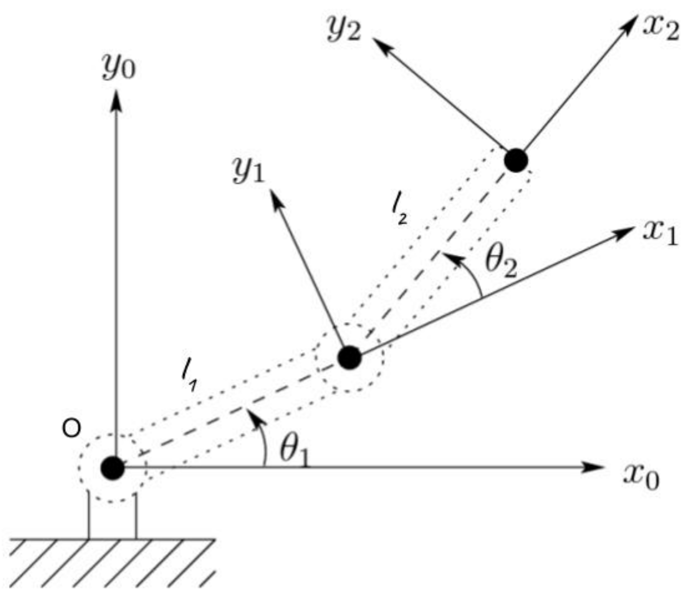
   Encuentre las coordenadas del efector final (x_2, y_2) con respecto al marco de coordenadas de referencia (x_0, y_0), considerando los siguientes angulos de las juntas $\theta_1 = \pi/6$, $\theta_2 = \pi/9$, y la longitud de los estabones $l_1 = 1{,}1m$, $l_2 = 0{,}75m$.

2. Álgebra Lineal

1. Obtenga el espacio generado por el par de vectores

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Figura 1: Brazo robótico de dos grados de libertad en un plano.



2. Indique si el siguiente conjunto de vectores es linealmente independiente:

$$\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3. Indique si el siguiente conjunto de vectores es linealmente independiente:

$$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

4. Determine para que valores de α, el siguiente conjunto de vectores es linealmente independiente:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ 8 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

5. Determine para que valores de α, el siguiente conjunto de vectores es una base para $\mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

6. Determine si el vector $x = [1, -1, 3]^{\mathsf{T}}$ pertenece al espacio nulo de
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$
7. Determine el rango de la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -5 \\ 6 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$
8. Determine si la matriz A es ortogonal,
$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$
9. Determine si la matriz A es ortonormal,
$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$
10. Para
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$
Verifique que $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$.
11. Considere $u = 3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$; y $v = \boldsymbol{i} - \alpha\boldsymbol{j}$. ¿Cuál debe ser el valor de α para que u y v sean ortogonales?
12. Encuentre la ecuación del plano que pasa por $(5, -4, 3)$ y que es perpendicular a $\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$.
13. Un valor propio de una matriz cuadrada A es una solución de la ecuación $\det(A - \lambda I) = 0$, donde I representa la matriz identidad. Halle los valores propios para $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
14. Para el sistema $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + 2y - 5z = 6 \\ 6x + 10y - 8z = 5, \end{cases}$ es cierto que:

a) Tiene única solución.

b) Tiene infinitas sol. de la forma $(3, t, t+5)$.

c) No tiene soluciones.

d) Tiene infinitas sol. de la forma $(3, t, -4t)$.

e) Ninguna de las anteriores.

3. Cálculo

1. Encuentre el límite, si es que existe.

   a)
   $$\lim_{x\to 0} \frac{x^3+2x}{x}.$$

   b)
   $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+2}{5x^3}.$$

2. Encuentra $f'(x)$ para
   $$f(x) = ((2x^2+5)^2+4)^3$$

3. Determina si la función es creciente o decrenciente en el punto indicado.

   a) x^2+x+2, $x_0 = 2$.

   b) $\sin(2x)$, $x_0 = \pi/2$.

4. Encuentre el valor máximo de la función
   $$f(x) = 2 + x - 5x^2 + 0{,}5x^3$$
   en el intervalo $x = [-5, 5]$. Nota: Use $f'(x)$ para encontrar el punto de inflexión.

5. Determine cuál número es más grande sin usar calculadora. $8^{\sqrt{2}}$ o 2^4.

6. Simplifica las siguientes expresiones para llegar a la forma 3^a, sin usar calculadora:

   a) $\frac{27^{\sqrt{2}}3^{-\sqrt{18}}}{9^{2\sqrt{3}}}$

   b) $3^{\log_3 9}$

7. Un halcón vuela a $15m/s$ a una altitud de $180m$ y accidentalmente suelta a su presa. La trayectoria parabólica de la presa en caída libre está descrita por la ecuación

$$y = 180 - \frac{x^2}{45}$$

hasta tocar la tierra, donde y es la altura sobre el suelo y x es la distancia horizontal, en metros. Calcule la distancia que recorre la presa desde el instante en que es liberada hasta tocar el suelo.

8. Encuentre las siguientes integrales:

   a) $\int (2x+3)^2 \, dx$
   b) $\int x^2 cos(2x) \, dx$
   c) $\int_1^3 xe^{x^2} \, dx$

9. Una ecuación diferencial es una ecuación en donde las "variables" son funciones. Una solución a una ecuación diferencial es una función que satisface la ecuación. Muestre que la función $y = 5/4e^{-3t} \operatorname{sen}(4t + 0{,}927)$ es solución de la ecuación diferencial $y'' + 6y' + 25y = 0$.

10. Una ventana normanda debe tener la forma de rectángulo rematado por un semicírculo. Si el perímetro total de la ventana es de 30 pies, encuentre las dimensiones de la ventana de modo que se admita la cantidad más grande posible de luz.

11. El volumen de un globo esférico está disminuyendo a razón de 20 cm^3/min. Con qué rapidez disminuye el radio del globo cuando el volumen es de 1 m^3.

4. Otros temas

1. Sean p y q las proposiciones, p = "Compré un boleto de lotería esta semana", y q = " Gané el premio mayor de un millon de dólares". Exprese cada una de las siguientes proposiciones como una sentencia en español.

   a) $\neg p$
   b) $p \vee q$
   c) $p \rightarrow q$
   d) $p \wedge q$
   e) $\neg p \rightarrow \neg q$
   f) $\neg p \wedge (p \vee q)$

2. Sean los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, d, g, p, t, v\}$, $C = \{c, e, i, o, u, x, y, z\}$ y $D = \{d, e, h, i, n, o, t, u, x, y\}$. Encuentre los siguientes conjuntos

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $(A \cup D) \cap (B \cup C)$

d) $A \cup B \cup C \cup D$

3. Encuentre $\bigcup_1^\infty A_i$ and $\bigcap_1^\infty A_i$ si para cualquier entero positivo i,

   a) $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$

   b) $A_i = \{0, i\}$

   c) $A_i = \{i, i\}$.

   d) $A = (0, i)$, es decir, el conjunto de todos los reales x, con $0 < x < i$

   e) $A = [i, \infty)$, es decir, el conjunto de todos los reales x, con $x \geq i$